

# 椭圆余弦波对外圆弧透空薄壁双圆筒柱的绕射\*

黄坤辉, 黄华, 詹杰民, 才瀚涛

中山大学航天航空学院应用力学与工程系, 广东 广州 510275

**摘要:** 依据椭圆余弦波一阶绕射理论, 推导了浅水波对不同圆心角双层外圆弧透空薄壁内接圆柱绕射的波场解析解。通过对该结构的最大波浪力与最大波面实算, 揭示了椭圆余弦波绕射的作用规律。结果表明: 外层圆弧透空薄壁将大幅度减弱浅水波对内接圆柱的作用。波浪与海况条件、双外层薄壁和内圆柱的各类几何条件以及结构的透空系数等因素对椭圆余弦波作用均存在一定的影响。在一定浅水条件下, 采用浅水波理论计算的最大波浪作用大于 Airy 微幅波理论对应结果; 结构的实际最大波浪力将随着浅水波特征参数的增大而增大。

**关键词:** 椭圆余弦波; 特征函数展开法; 绕射; 波面; 波浪力

**中图分类号:** TV139.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 2097-0137(2022)03-0123-09

## Cnoidal wave diffraction from a concentric cylindrical structure with arc-shaped porous outer thin walls

HUANG Kunhui, HUANG Hua, ZHAN Jiemin, CAI Hantao

Department of Applied Mechanics and Engineering, College of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China

**Abstract:** Based on first order cnoidal wave diffraction theory, the wave field analytical solutions to shallow water wave diffraction by a inscribed circular cylinder with double-layered arc-shaped porous thin walls with different central angles are derived. By calculating the maximum wave forces on the structure and maximum diffracted wave surfaces, the cnoidal wave diffraction law has been revealed. The results demonstrate that the double arc-shaped outer thin wall can greatly reduce wave effects on inscribed circular cylinder and the variation of wave and sea water condition. Various geometry conditions of double outer thin wall and cylinder, the porous coefficients of structure may have some influence on cnoidal wave effects. In certain shallow water conditions, the maximum wave effects from cnoidal wave theory are larger than those predicted by small amplitude wave theory. Practical maximum wave forces on structure will increase as the shallow water wave characteristic parameter value increases.

**Key words:** cnoidal wave; eigenfunction expansion method; diffraction; wave surface; wave force

直立圆柱是近海离岸建筑支撑结构的重要形式之一, 刚性圆弧型薄壁则为用于抵御波浪作用各类防波堤中的典型而简便的结构形式之一。外圆弧透空薄壁内接圆柱构成了一种新型的海工

典型组合结构, 其中外接单一或不同圆心角双层圆弧薄壁可直接提供对内接圆柱的防护, 也可由其演化出多层透空圆环柱或单层圆弧堤内接圆环柱等多种海工结构, 因此对其展开与波浪相互作

\* 收稿日期: 2019-09-23

录用日期: 2019-11-12

网络首发日期: 2021-07-19

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(41407010501); 中央高校基本科研业务费专项基金(17lgjc41)

作者简介: 黄坤辉(1995年生), 男; 研究方向: 水动力学; E-mail: 1042116110@qq.com

通信作者: 黄华(1961年生), 男; 研究方向: 水动力学; E-mail: tsyhh1982@163.com

用问题的理论研究意义十分重大。Wiegel<sup>[1]</sup>计算了半无限长薄壁直立防波堤的水波绕射问题。Losada等<sup>[2]</sup>解析研究了斜入射线性波浪对三种不同类型直立薄板的波浪力及绕射波面。张芹等<sup>[3]</sup>用实验方法分别研究了规则波和随机波浪对开口直立墙和不开口直墙波浪作用力。程建生等<sup>[4]</sup>和楚玉川等<sup>[5]</sup>各自解析分析了单一圆弧型防波堤的Airy波防浪效果和对应的波浪力。此外,Chwang<sup>[6]</sup>推导了微幅波与透空直墙的相互作用解析解,计算了透空直板造波器上的波浪力。Darwiche与Williams等<sup>[7-8]</sup>对内圆柱外接圆柱型透空防波堤结构的波浪绕射展开了理论计算。Williams等<sup>[9]</sup>给出了微幅波对透空浮筒绕射的理论公式。刘俊和林皋<sup>[10]</sup>应用比例边界有限元法,对微幅短峰波与圆柱外接圆弧开孔结构物的相互作用进行了数值研究。林皋和刘俊<sup>[11-12]</sup>应用同样的数值方法模拟了Airy波对双层圆弧型贯底式开孔介质防波堤以及圆柱外接同心角双层防波堤的绕射。

防波堤及其所保护的柱体结构主要设置在近岸水域。在浅水区,水波一般呈现非线性浅水波特征,一定条件下需要引入椭圆余弦波的浅水波模型加以研究。Issacson<sup>[13]</sup>首先给出了一阶椭圆余弦波对单立大尺度圆柱绕射的解析理论;邱大洪<sup>[14]</sup>据此对椭圆余弦波作用于大尺度单柱的绕射波面分布进行了预测;Weng等<sup>[15]</sup>推广Airy波的柱群算法解析计算了椭圆余弦波一阶分量与透空圆环柱群的波浪力及爬高;张敖等<sup>[16]</sup>计算了椭圆余弦波对单一圆弧型防波堤的波浪作用。本文选取不同圆心角双层圆弧型透空薄壁内接圆柱这一经典的海工可变组合结构,引入浅水波中的椭圆余弦波一阶分量理论,对该结构的浅水波绕射问题展开了解析研究。

## 1 椭圆余弦波对外接圆弧透空薄壁之圆柱组合结构绕射的一阶波势解

设在均匀水深为 $d$ 的海域中有半径分别为 $a$ 和 $b$ 的外层与内层圆弧透空薄壁,以及半径为 $c$ 的内圆柱的组合结构,如图1所示。外层与内层薄壁透空系数分别为 $G_1$ 和 $G_2$ 。坐标平面 $Oxy$ 置于水底,

原点置于圆心处,设置外层透空薄壁关于 $Ox$ 轴对称,圆弧两端点与原点连线同 $Ox$ 轴正向夹角分别为 $\theta_1 = \alpha_1$ ,  $\theta_1 = 2\pi - \alpha_1$ ,外层壁对应的圆心角为 $\gamma_1 = 2\pi - 2\alpha_1$ ,内层壁对称位于 $\theta_2 = \alpha_2$ 至 $\theta_2 = 2\pi - \alpha_2$ 间,内层壁对应的圆心角为 $\gamma_2 = 2\pi - 2\alpha_2$ 。 $Oz$ 轴垂直向上,斜入射椭圆余弦波一阶分量与 $Ox$ 轴正向夹角为 $\beta$ ,波高与波频分别为 $H$ 和 $\omega$ 。以半径 $a$ 和 $b$ 划同心圆环柱面,流场由此划分为外流域 $\Omega_0$ 、内流域 $\Omega_1$ 和 $\Omega_2$ 。

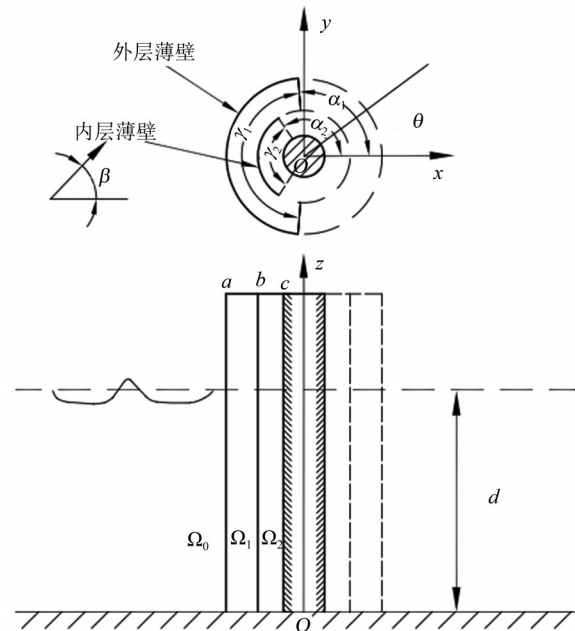


图1 双层外圆弧透空薄壁圆环筒柱结构

Fig. 1 Concentric cylindrical structure with double-layered arc-shaped porous outer thin wall

对于理想无粘流体,假定液体不可压缩且运动无旋。设水波总速度势 $\Phi = \Phi_i + \Phi_s = \text{Re}(\phi) = \text{Re}(\phi_i + \phi_s)$ ,则有

$$\nabla^2 \Phi = \nabla^2 \Phi_i = \nabla^2 \Phi_s = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z = d + \eta, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \Phi)^2 + g\eta = 0, \quad z = d + \eta, \quad (4)$$

其中 $\phi_i$ 和 $\phi_s$ 分别表示入射波和散射波速度势。另 $\phi$ 与 $\phi_s$ 须满足结构表面条件与无穷远辐射条件。

根据椭圆余弦波一阶分量理论<sup>[13]</sup>,沿 $Ox$ 轴方

向入射的椭圆余弦波一阶波势可写为

$$\phi_i = \frac{H\sqrt{gd}}{kd} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{in} \left[ \sum_{m=0}^{\infty} \sigma_m J_m(nkr) \cos m\theta \right] e^{-in\omega t},$$

$$\sigma_0 = 1, \quad \sigma_m = 2i^m (m \geq 1),$$
(5)

式中  $B_n = \frac{2\pi^2}{\tau^2 D^2(\tau)} \left( \frac{nc_0^n}{1 - c_0^{2n}} \right)$ ,  $c_0 = e^{-\pi \frac{D(\tau')}{D(\tau)}}$ ,  $D(\tau)$  为第一类完全椭圆积分且  $\tau^2 = 1 - \tau'^2$ , 而模量  $\tau$  满足方程  $\tau^2 D^2(\tau) = \frac{3(\pi/kd)^2 H}{4d}$ , 另  $J_m(nkr)$  为  $m$  阶第一类贝塞尔函数。入射角为  $\beta$  (与  $ox$  轴正向夹角) 的波势可表达为

$$\phi_i = \frac{H\sqrt{gd}}{kd} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{in} e^{-in\omega t} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \sigma_m J_m(nkr) [\cos m\theta \cos m\beta + \sin m\theta \sin m\beta].$$
(6)

令总波势为  $\phi = \phi_i + \phi_s^{(0)}$ ,  $\phi_s^{(0)}$  为  $\Omega^{(0)}$  区的散射势。设  $\phi_i = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{in}$ ,  $\phi_{in}$  等价于入射波波频为  $\omega_n = n\omega$  且波数为  $k_n = nk$  的第  $n$  个谐波势并满足  $\frac{\partial \phi_{in}}{\partial x} - ik_n \phi_{in} = 0$ . 再设  $\phi_s^{(0)} = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{sn}^{(0)}$ ,  $\phi_{sn}^{(0)}$  等价于散射波的第  $n$  个谐波势, 它需满足条件

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{\partial \phi_{sn}^{(0)}}{\partial r} - ik_n \phi_{sn}^{(0)} \right] = 0. \quad (7)$$

设  $\Omega^{(j)}$  流域内椭圆余弦波总波势为  $\Phi^{(j)} = \Phi_i + \Phi_s^{(j)} = \text{Re}(\phi^{(j)})$  ( $j = 0, 1, 2$ ), 可取

$$\phi^{(0)} = \phi_i + \phi_s^{(0)} = \frac{H\sqrt{gd}}{kd} \cdot \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \sigma_m J_m(nkr) [\cos m\theta \cos m\beta + \sin m\theta \sin m\beta] + H_m^{(1)}(nkr) [a_{nm}^{(0)} \cos m\theta + b_{nm}^{(0)} \sin m\theta] \right\},$$
(8)

$$\phi^{(1)} = \frac{H\sqrt{gd}}{kd} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{in} e^{-in\omega t} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ J_m(nkr) [a_{nm}^{(1)} \cos m\theta + b_{nm}^{(1)} \sin m\theta] + H_m^{(1)}(nkr) [c_{nm}^{(1)} \cos m\theta + d_{nm}^{(1)} \sin m\theta] \right\},$$
(9)

$$\phi^{(2)} = \frac{H\sqrt{gd}}{kd} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{in} e^{-in\omega t} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} [a_{nm}^{(2)} \cos m\theta + b_{nm}^{(2)} \sin m\theta] E_m(nkr), \quad (10)$$

式中

$$E_m(nkr) = \begin{cases} J_m(nkr) - \frac{J'_m(nkc)}{H_m^{(1)'}(nkc)} H_m^{(1)}(nkr), & c \neq 0, \\ J_m(nkr), & c = 0, \end{cases} \quad (11)$$

其中  $H_m^{(1)}(nkr)$  为  $m$  阶第一类汉克耳函数。

$$\sigma_m = \begin{cases} 1, & m = 0, \\ 2i^m, & m \geq 1, \end{cases}$$

$a_{nm}^{(0)}$ 、 $a_{nm}^{(1)}$ 、 $a_{nm}^{(2)}$ 、 $b_{nm}^{(0)}$ 、 $b_{nm}^{(1)}$ 、 $b_{nm}^{(2)}$ 、 $c_{nm}^{(1)}$  及  $d_{nm}^{(1)}$  均为待定系数, 其中  $b_{n0}^{(0)}$ 、 $b_{n0}^{(1)}$ 、 $d_{n0}^{(1)}$  和  $b_{n0}^{(2)}$  都为 0.

由同心圆环柱物面及非物面处的边界条件, 参考文献 [17] 可得系数求解公式

$$\sigma_l \cos l \beta J'_l(nka) + a_{nl}^{(0)} H_l^{(1)'}(nka) = a_{nl}^{(1)} J'_l(nka) + c_{nl}^{(1)} H_l^{(1)'}(nka), \quad n = 1, 2, \dots, \quad l = 0, 1, \dots, \quad (12)$$

$$\sigma_l \sin l \beta J'_l(nka) + b_{nl}^{(0)} H_l^{(1)'}(nka) = b_{nl}^{(1)} J'_l(nka) + d_{nl}^{(1)} H_l^{(1)'}(nka), \quad n = 1, 2, \dots, \quad l = 0, 1, \dots, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \sigma_m \cos m \beta J_m(nka) [I_{ml}^{(1)} + inkG_1 I_{ml}^{(2)}] \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} a_{nm}^{(0)} H_m^{(1)}(nka) [I_{ml}^{(1)} + inkG_1 I_{ml}^{(2)}] \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} a_{nm}^{(1)} [nkJ'_m(nka) I_{ml}^{(2)} - J_m(nka)(I_{ml}^{(1)} + inkG_1 I_{ml}^{(2)})] \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} c_{nm}^{(1)} [nkH_m^{(1)'}(nka) I_{ml}^{(2)} - H_m^{(1)}(nka)(I_{ml}^{(1)} + inkG_1 I_{ml}^{(2)})] \\ & = 0, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \sigma_m \sin m \beta J_m(nka) [I_{ml}^{(3)} + inkG_1 I_{ml}^{(4)}] \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} b_{nm}^{(0)} H_m^{(1)}(nka) [I_{ml}^{(3)} + inkG_1 I_{ml}^{(4)}] \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} b_{nm}^{(1)} [nkJ'_m(nka) I_{ml}^{(4)} - J_m(nka)(I_{ml}^{(3)} + inkG_1 I_{ml}^{(4)})] \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} d_{nm}^{(1)} [nkH_m^{(1)'}(nka) I_{ml}^{(4)} - H_m^{(1)}(nka)(I_{ml}^{(3)} + inkG_1 I_{ml}^{(4)})] \\ & = 0, \quad b_{n0}^{(0)} = b_{n0}^{(1)} = d_{n0}^{(1)} = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$a_{nl}^{(1)} J'_l(nkb) + c_{nl}^{(1)} H_l^{(1)'}(nkb) = a_{nl}^{(2)} E'_l(nkb), \quad n = 1, 2, \dots, \quad l = 0, 1, \dots, \quad (16)$$

$$b_{nl}^{(1)} J_l'(nkb) + d_{nl}^{(1)} H_l^{(1)'}(nkb) = b_{nl}^{(2)} E_l'(nkb), \quad (17)$$

$$n = 1, 2, \dots, \quad l = 0, 1, \dots,$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} a_{nm}^{(1)} [J_m(nkb) \hat{I}_{ml}^{(1)} + iG_2 nk J_m(nkb) \hat{I}_{ml}^{(2)}] + \sum_{m=0}^{\infty} a_{nm}^{(2)} \left\{ [nk E_m'(nkb) - iG_2 nk E_m(nkb)] \hat{I}_{ml}^{(2)} - E_m(nkb) \hat{I}_{ml}^{(1)} \right\} + \sum_{m=0}^{\infty} c_{nm}^{(1)} [H_m^{(1)}(nkb) \hat{I}_{ml}^{(1)} + iG_2 nk H_m^{(1)}(nkb) \hat{I}_{ml}^{(2)}] = 0, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad (18)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} b_{nm}^{(1)} [J_m(nkb) \hat{I}_{ml}^{(3)} + iG_2 nk J_m(nkb) \hat{I}_{ml}^{(4)}] + \sum_{m=0}^{\infty} b_{nm}^{(2)} \left\{ [nk E_m'(nkb) - iG_2 nk E_m(nkb)] \hat{I}_{ml}^{(4)} - E_m(nkb) \hat{I}_{ml}^{(3)} \right\} + \sum_{m=0}^{\infty} d_{nm}^{(1)} [H_m^{(1)}(nkb) \hat{I}_{ml}^{(3)} + iG_2 nk H_m^{(1)}(nkb) \hat{I}_{ml}^{(4)}] = 0, \quad l = 1, 2, \dots, \quad b_{n0}^{(1)} = d_{n0}^{(1)} = b_{n0}^{(2)} = 0. \quad (19)$$

其中

$$\begin{cases} I_{ml}^{(1)} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} \cos l\theta \cos m\theta d\theta, \\ I_{ml}^{(2)} = \int_{\alpha_1}^{2\pi - \alpha_1} \cos l\theta \cos m\theta d\theta, \\ I_{ml}^{(3)} = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} \sin l\theta \sin m\theta d\theta, \\ I_{ml}^{(4)} = \int_{\alpha_1}^{2\pi - \alpha_1} \sin l\theta \sin m\theta d\theta, \\ \hat{I}_{ml}^{(1)} = \int_{-\alpha_2}^{\alpha_2} \cos l\theta \cos m\theta d\theta, \\ \hat{I}_{ml}^{(2)} = \int_{\alpha_2}^{2\pi - \alpha_2} \cos l\theta \cos m\theta d\theta, \\ \hat{I}_{ml}^{(3)} = \int_{-\alpha_2}^{\alpha_2} \sin l\theta \sin m\theta d\theta, \\ \hat{I}_{ml}^{(4)} = \int_{\alpha_2}^{2\pi - \alpha_2} \sin l\theta \sin m\theta d\theta. \end{cases} \quad (20)$$

各区波势解待定系数可由式 (12) ~ (19) 进行联立完备求解。在实际计算中, 可根据精度要求进行截项运算。

对应区域  $\Omega_j$  的绕射波面  $\eta^{(j)}$  和海水动压强分别为

$$\eta^{(j)} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial t} \Big|_{z=d}, \quad j = 0, 1, 2. \quad (21)$$

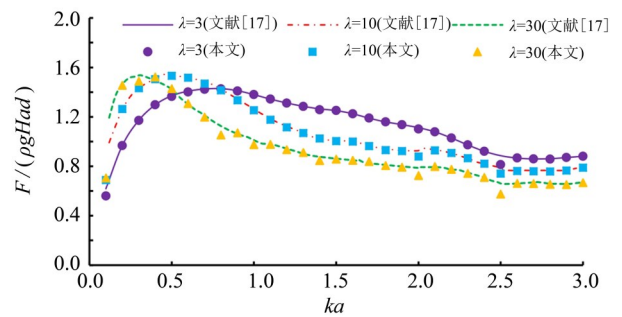
$$P^{(j)} = -\rho \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial t} = \text{Re}(p^{(j)}), \quad j = 0, 1, 2. \quad (22)$$

外层薄壁、内层薄壁及内圆柱三种结构分别所受水平总波浪力为  $F_j = \sqrt{F_{xj}^2 + F_{yj}^2}$  ( $j = 1, 2, 3$ ), 可由压强沿壁面积分求得。

## 2 算例与分析

在实际计算中以符号  $\frac{2F_j}{\rho g H a d}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) 表示组合体各结构侧面的无量纲波浪力幅值。 $\eta/H$  表示各区一阶椭圆余弦波最大无量纲绕射波面。由于浅水条件下 Airy 波和一阶椭圆余弦波对结构所受无量纲波浪力和无量纲波浪力矩的预测在数值上呈 2 倍比例关系, 因而本文将省略力矩的计算。进一步应用反映波浪要素与水深相对变化影响的参数  $\lambda$ , 其中  $\lambda = \frac{4\tau^2 D(\tau)}{3\pi^2} = \frac{H}{d(kd)^2}$ 。

取内、外薄壁圆弧张角为  $360^\circ$ , 内圆柱半径为  $c = 0$ , 结构即化为单层透空圆环柱结构, 再按文献 [17] 同结构相同参数进行设置。图 2 给出了单层透空圆环柱所受最大无量纲波浪力与文献 [17] 对应值的比较结果。由图可知, 在相同参数下两种不同波浪绕射解对同一圆环柱的无量纲最大总波浪力 (内外柱合力) 的预测结果完全吻合, 说明本文所给双层圆弧薄壁内接圆柱的椭圆余弦波一阶绕射解是正确可靠的。

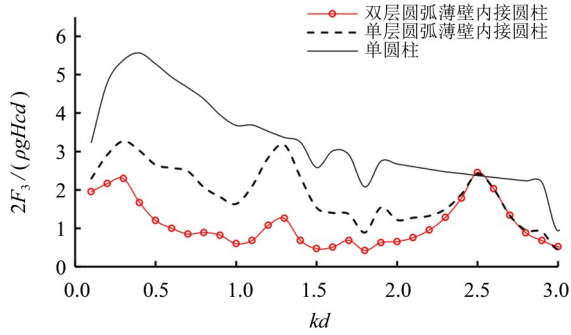


$G_1 = 1, G_2 = 0, bla = 0.5, \gamma_1 = \gamma_2 = 360^\circ$ .

图 2 透空圆环柱的波浪力验证

Fig. 2 The verification of wave forces on a porous circular annular cylinder

图 3 为单、双层圆弧薄壁内接圆柱与单一同径密实圆柱的最大无量纲波浪力的比较结果。其中单层壁情形对应外圆弧壁张角取  $120^\circ$ , 内圆弧壁张角为  $0^\circ$ , 此时结构化为单层圆弧透空薄壁内接密实圆柱。



$G_1 = 1, G_2 = 1$  (双层),  $\beta = 0^\circ, a/d = 5, b = (a + c)/2$  (双层),  $c/a = 0.5, \lambda = 3, \gamma_1 = 120^\circ, \gamma_2 = 120^\circ$  (双层)。

图3 单、双层壁内接圆柱保护效果的比较  
Fig. 3 Comparison of protection effects of inscribed cylinder with single-layered arc-shaped outer thin wall and double-layered arc-shaped outer thin walls

由图可见, 单一圆柱的无量纲波浪力幅值最大, 单层圆弧薄壁内接圆柱的对应值次之, 而双层圆弧透空薄壁内接圆柱的对应值最小。单、双层圆弧薄壁使其内接圆柱所受最大无量纲波浪力较单一圆柱对应值最大分别可减小58%和83%, 说明外置透空圆弧薄壁可以大幅度降低内圆柱的承载, 其中双层壁卸载效果更为明显。

内、外层薄壁不同透空系数组合形式下, 双层圆弧透空薄壁内接圆柱组合结构的最大无量纲波浪力如图4所示。透空形式包括: 外壁和内壁均密实, 外壁密实内壁透空, 外壁透空内壁密实以及外壁内壁均透空四种。由图可知, 采用外壁与内壁均密实的结构形式将导致内、外壁以及内圆柱结构的无量纲波浪力幅值在  $kd$  较小时 ( $kd < 0.5$ ) 随  $kd$  的变化曲线均出现较大振荡。而外壁密实内壁透空时外壁曲线与双壁均密实振荡形态相似。同样, 内壁密实外壁透空时内壁曲线与双壁均密实振荡形态相似且波浪力幅值的振荡幅度与最大值更大。当  $kd < 0.5$  时, 外壁与内壁之一密实或均密实时内柱对应曲线呈现振荡形态且波浪力幅值整体较大。外壁与内壁均透空时内柱的对应曲线随  $kd$  变化相对平缓且无量纲波浪力幅值平均而言减小。内外壁自身的透空也将一定程度降低它们自身结构的波浪力幅值并明显平缓振荡态势。对比四种不同透空组合形式, 从三个结构各自波浪力幅值角度考虑, 采用双壁均透空的结构形式较为合适。

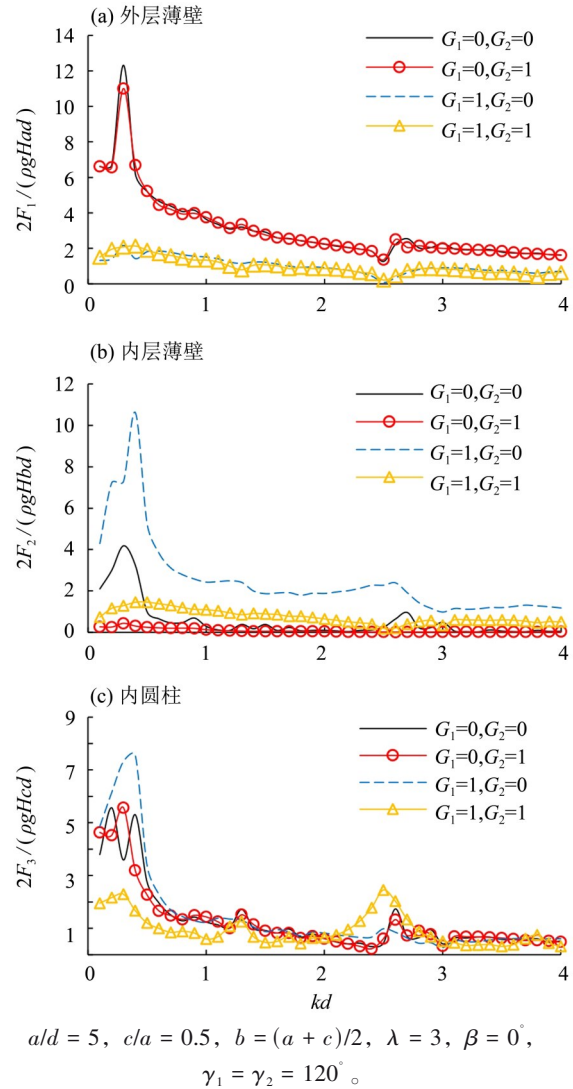
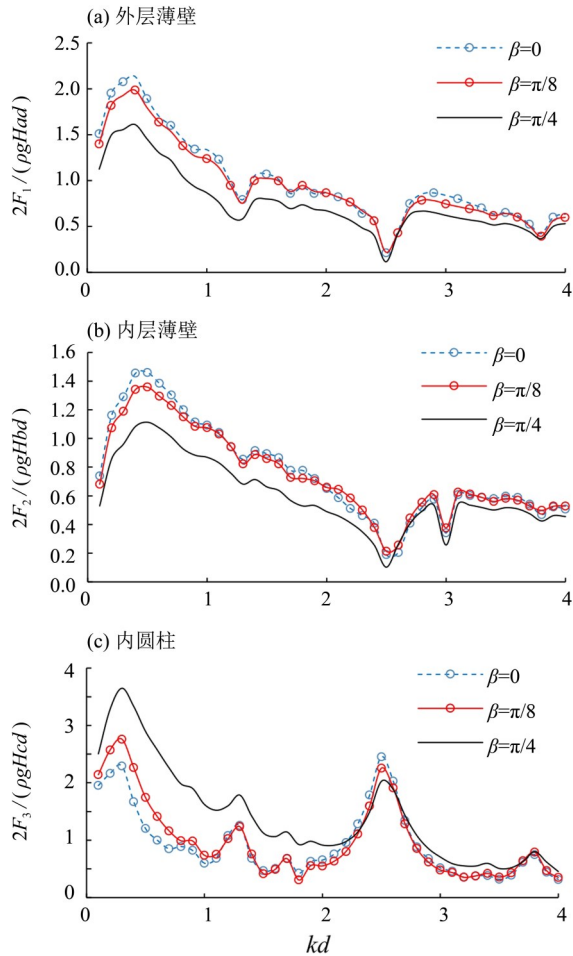


图4 不同双壁透空系数下组合结构的波浪力  
Fig. 4 The wave forces on combined bodies at different porous coefficients of double-layered walls

图5为波浪入射角 $\beta$ 对双层圆弧透空薄壁内接圆柱组合结构的最大无量纲波浪力的影响趋势。由图可见, 当 $kd < 2$ 时, 波浪入射角越大, 内、外层薄壁无量纲波浪力幅值越小, 相反内圆柱的对应值越大。现设内、外层薄壁张角均等于 $\gamma$ , 图6为 $\gamma$ 不同时组合结构最大无量纲波浪力随 $kd$ 的变化趋势。由图可知, 当 $kd > 0.5$ 时, 内、外层薄壁张角 $\gamma$ 变化对组合结构各部分的波浪力幅值均影响较小。当 $kd < 0.5$ 时, 随着张角 $\gamma$ 的减小外壁与内壁的无量纲波浪力幅值随之减小, 而内圆柱的对应值有所增加。

进一步设内层薄壁张角 $\gamma_2 = 120^\circ$ 保持不变, 图7为外壁张角 $\gamma_1$ 不同时组合结构最大无量纲波浪力

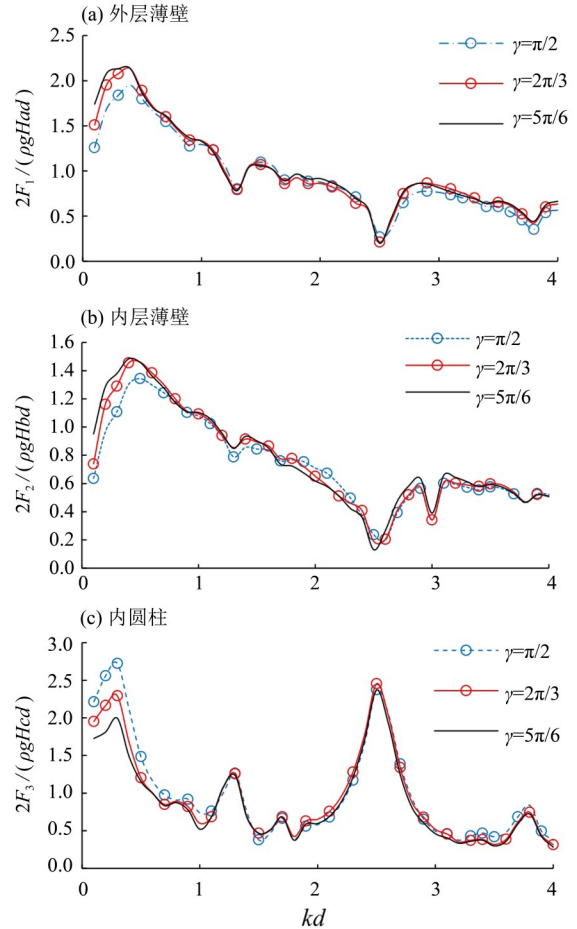


$G_1 = 1, G_2 = 1, a/d = 5, c/a = 0.5, b = (a + c)/2, \lambda = 3, \gamma_1 = \gamma_2 = 120^\circ$ 。

图 5 不同入射角  $\beta$  下最大无量纲波浪力随  $kd$  的变化  
Fig. 5 The variation of maximum dimensionless wave forces with  $kd$  at different incident wave angle  $\beta$

力随  $kd$  的变化趋势。由图可知：内壁无量纲波浪力幅值基本不随  $kd$  变化。外壁的对值仅当  $kd < 0.5$  时随着外壁张角的减小而略微减小，同时内圆柱的对值略有增加。这说明在双层薄壁设计中可选择较小外壁张角的外壁以明显减小外壁弧长而节省建造成本，而此方案对组合各结构的对应承载均影响较小。

图 8 为椭圆余弦波非线性参数  $\lambda$  对组合体无量纲波浪力幅值的影响曲线。结果显示：内、外壁和内圆柱的对应受力曲线随  $\lambda$  保持微变，在  $\lambda$  较大时都趋于恒定。按照公式  $\lambda = (kd)^{-2} Hd^{-1}$ ，若  $kd$  和  $a, b, c$  不变（由于  $d = a/5$ ，则  $d$  不变），故随  $\lambda$  增大，波高  $H$  相应增大。按照表达式  $\frac{2F_j}{\rho g H a d}$  ( $j =$



$G_1 = 1, G_2 = 1, a/d = 5, c/a = 0.5, b = (a + c)/2, \lambda = 3, \beta = 0^\circ$ 。

图 6 不同张角  $\gamma$  下最大无量纲波浪力随  $kd$  的变化  
Fig. 6 The variation of maximum dimensionless wave forces with  $kd$  at different central angle  $\gamma$

1, 2, 3) 可知：变量  $F_i$  代表的各结构实际最大波浪力与参数  $\lambda$  呈正比关系，将随  $\lambda$  增大而增大。

图 9 为相同条件下椭圆余弦波一阶绕射理论与微幅波绕射理论对双层圆弧透空薄壁内接圆柱组合结构波浪力幅值的比较。对比图中曲线可知，相较微幅波波浪模型，利用非线性波浪模型计算波载的方法所得无量纲波浪力更大，再考虑浅水波的实际波高必然大于微幅波值，则非线性波的实际最大波浪力必然大于微幅波值。这说明在浅水工况下，运用本文方法所给结果相对更加可靠。

图 10 为椭圆余弦波与浅水条件下微幅波对双层圆弧薄层内接圆柱绕射的最大无量纲波面分布剖面 ( $y = 0$ ) 比较。由图可见，椭圆余弦波对最大波面值的预测值整体大于 Airy 波理论的计算值。

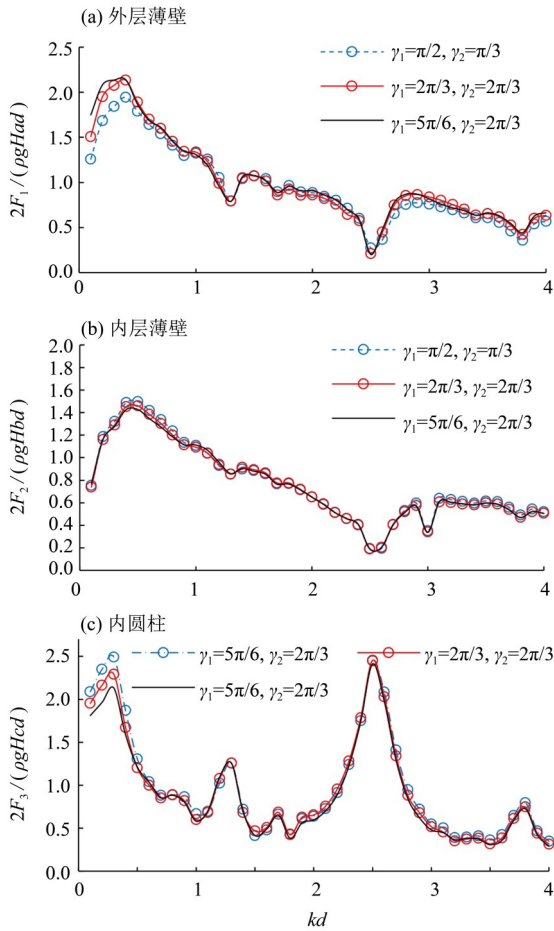


图7 不同薄壁张角  $\gamma_1$  下最大无量纲波浪力随  $kd$  的变化  
Fig. 7 The variation of maximum dimensionless wave forces with  $kd$  at different central angle  $\gamma_1$

外流域、中层流域及内流域分别在外层薄壁、内层薄壁和内圆柱的前壁面处出现相应流域内的最大波面峰值, 其值分别为 Airy 波对应值的 1.8 倍、1.8 倍和 3.5 倍。该结论再次表明: 在一定的浅水条件下, 椭圆余弦波模型因考虑了浅水波综合影响因素, 其对波浪作用的估算更为安全可靠。

取外圆弧张角为  $120^\circ$ , 内圆弧张角为  $0^\circ$ , 组合结构化为单层圆弧透空薄壁内接密实圆柱结构。图 11 为单、双壁内接圆柱结构在椭圆余弦波作用下产生的最大绕射波面分布截面对比。结果表明: 由于外圆弧透空薄壁对入射波浪的直接遮拦作用, 相较于双层结构, 单层结构内圆柱表面的最大波浪爬高以及内圆柱前邻近的最大波幅均有明显降低, 较好地体现了外层圆弧薄壁对中心区圆柱的防浪保护作用。

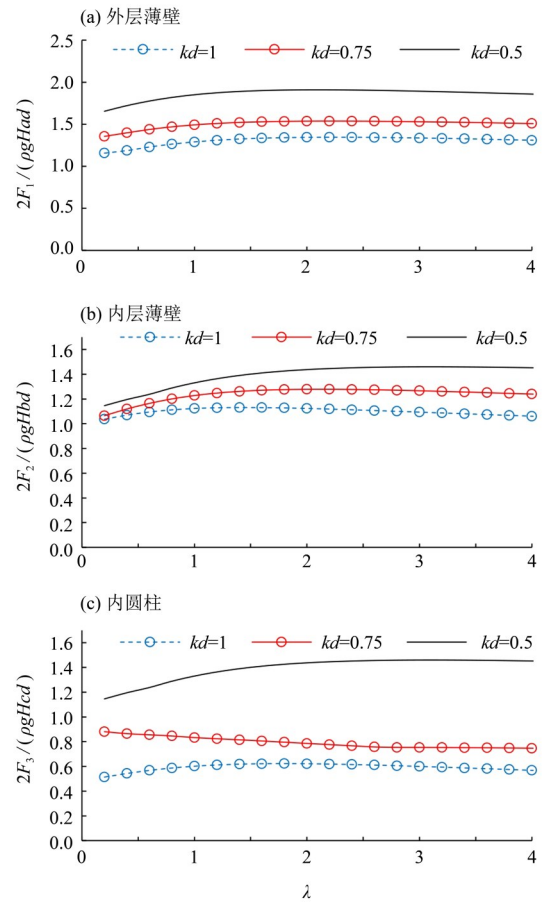


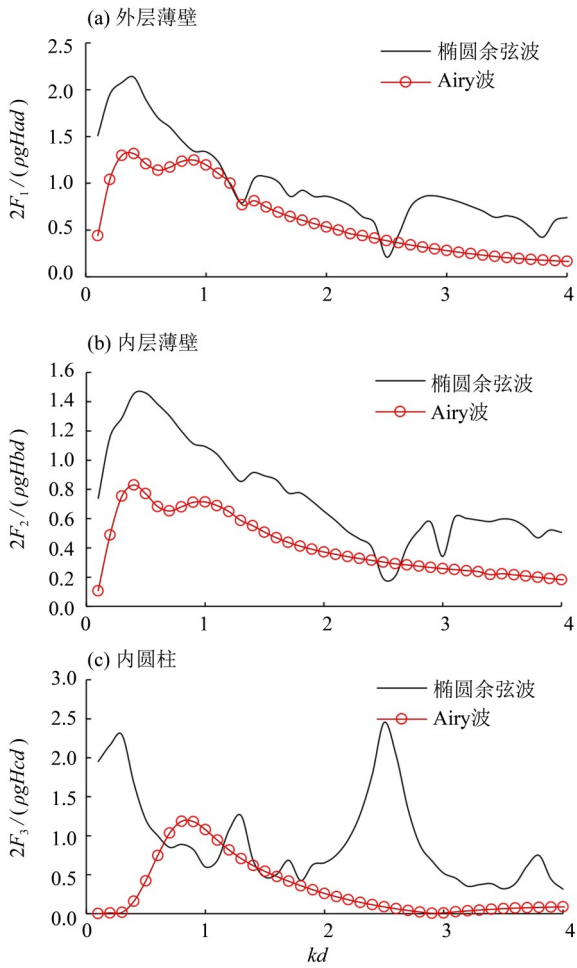
图8 不同  $kd$  下最大无量纲波浪力随特征参数  $\lambda$  的变化  
Fig. 8 The variation of maximum dimensionless wave forces with characteristic parameter  $\lambda$  at different  $kd$

图 12 为单层或双层壁内接圆柱与单一圆柱表面最大波浪爬高的比较。结果表明: 由于薄壁对波浪的遮拦作用, 单、双层圆弧薄壁内接圆柱最大波浪爬高较单一圆柱对应值明显减小, 且双层圆弧薄壁内接圆柱的最大波浪爬高较单层薄壁情形的对应值更小。

### 3 结 论

本文给出了椭圆余弦波一阶分量对不同圆心角双层透空薄壁内接圆柱绕射的解析理论, 从而在波浪类型、结构类型以及研究方法类型上均进行了有效拓展, 主要结论包括:

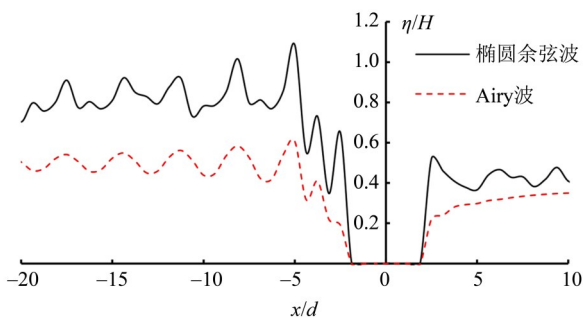
- 1) 应用本文理论和已有的透空圆环柱浅水波绕射解进行了实算比较, 结果良好。
- 2) 本文方法所预测的最大波浪作用均大于同



$G_1 = 1, G_2 = 1, ald = 5, cla = 0.5, b = (a + c)/2, \lambda = 3, \beta = 0^\circ, \gamma_1 = \gamma_2 = 120^\circ$ .

图9 不同波型作用于组合结构的波浪力对比

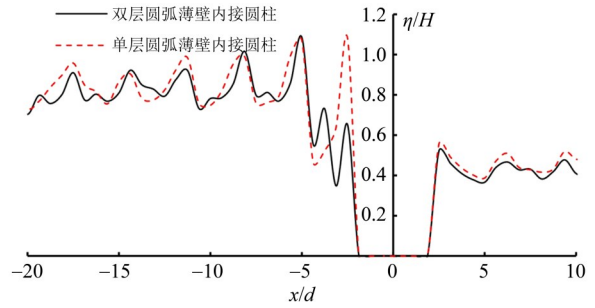
Fig. 9 Comparison of wave forces on combined bodies given by different wave theories



$G_1 = 1, G_2 = 1, ald = 5, cla = 0.5, b = (a + c)/2, \lambda = 3, \beta = 0^\circ, \gamma_1 = \gamma_2 = 120^\circ$ .

图10 不同波型作用于组合结构产生的最大波面剖面

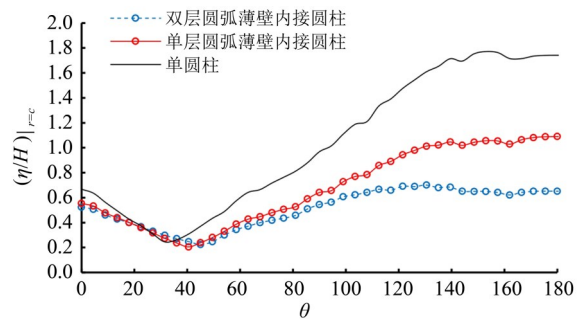
Fig. 10 Comparison of maximum wave elevations of different waves acting on the combined structure



$G_1 = 1, G_2 = 1, ald = 5, cla = 0.5, b = (a + c)/2, \lambda = 3, \beta = 0^\circ, \gamma_1 = \gamma_2 = 120^\circ$ .

图11 波浪作用于不同组合结构的最大波面的剖面

Fig. 11 Comparison of maximum wave elevations distribution around different combined structures



$G_1 = 1, G_2 = 1, ald = 5, cla = 0.5, b = (a + c)/2, \lambda = 3, \gamma_1 = \gamma_2 = 120^\circ$ .

图12 透空薄壁之内接柱与单柱波浪爬高的对比

Fig. 12 Comparison of wave run-ups on a single cylinder and inscribed cylinder with single or double-layered arc-shaped outer thin walls

等浅水条件下微幅波模型的对应结果, 说明此方法具有一定的可靠性与实用价值。

3) 相比单一圆柱, 单、双层薄壁的设置可以有效减小内接圆柱所受到的最大波浪载荷与圆柱表面的最大波浪爬高, 其中双层壁较单层壁对圆柱波浪作用的降低效果更为明显。

4) 适当选择张角较小的外层圆弧薄壁可缩短外堤长度而节省成本, 且对组合结构的波载影响不大。

5) 采用外壁和内壁均透空的结构组合形式对降低内外层薄壁以及内柱的最大波载相对有利。

6) 浅水波入射角、薄壁张角、双层壁透空系数以及波浪要素等均一定程度地影响波浪对组合结构的绕射作用。组合结构的椭圆余弦波实际最大波浪力随浅水波特征参数的增加而增加。

## 参考文献:

- [1] WIEGEL R L. Diffraction of waves by semi-infinite breakwater [J]. *Journal of the Hydraulics Division*, 1962, 88(1): 27-44.
- [2] LOSADA I J, LOSADA M A, ROLDÁN A J. Propagation of oblique incident waves past rigid vertical thin barriers [J]. *Applied Ocean Research*, 1992, 14(3): 191-199.
- [3] 张芹,戴冠英. 波浪对开孔直立结构作用力的试验研究[J]. *水利水运科学研究*, 1994(4):367-374.
- [4] 程建生, 缪国平, 王景全, 等. 圆弧型贯底式防波堤防浪效果的解析研究[J]. *船舶力学*, 2008, 12(1): 12-17.
- [5] 楚玉川,程建生,赵鑫,等. 圆弧型贯底式防波堤上波浪作用力的解析研究[J]. *水动力学研究与进展(A辑)*, 2014, 29(2):212-217.
- [6] CHWANG A T. A porous-wavemaker theory [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1983, 132(7):395-406.
- [7] DARWICHE M K M, WILLIAMS A N, WANG K H. Wave interaction with semi-porous cylindrical breakwater [J]. *Journal of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering*, 1994, 120(4): 382-403.
- [8] WILLIAMS A N, LI W. Wave interaction with a semi-porous cylindrical breakwater mounted on a storage tank [J]. *Ocean Engineering*, 1998, 25(2/3): 195 - 219.
- [9] WILLIAMS A N, LI W, WANG K H. Water wave interaction with a floating porous cylinder [J]. *Ocean Engineering*, 2000, 27(1):1-28.
- [10] 刘俊,林皋. 波浪与外圆弧开孔壁双圆筒柱的相互作用[J]. *力学学报*, 2012, 44(1):174-178.
- [11] 林皋,刘俊. 波浪对双层圆弧型贯底式开孔介质防波堤的绕射[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2012, 33(5):539-546.
- [12] LIN G, LIU J. Hydrodynamic performance of combined cylinders structure with dual arc-shaped porous outer walls [J]. *Science China Physics Mechanics & Astronomy*, 2012(11):1963-1977.
- [13] ISAACSON M D S Q. Shallow wave diffraction around large cylinder [J]. *Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division*, 1977, 103(1): 69-82.
- [14] 邱大洪. 浅水区孤立墩上的非线性波浪力[J]. *水利学报*, 1989(4):22-32.
- [15] WENG Y L, XU X N, HUANG H. Interaction of cnoidal waves with an array of vertical concentric porous cylinders [J]. *Applied Ocean Research*, 2016, 58: 21-36.
- [16] 张敖,黄华,詹杰民,等. 椭圆余弦波对圆弧型固立防波堤的绕射波浪力[J]. *水运工程*, 2017(3):28-33.
- [17] 李奇,黄华,詹杰民,等. 作用于透空圆环墩柱的浅水波绕射波浪力与波浪渗流流[J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2013, 52(3): 23-29.

(责任编辑 王海蓉)